

# Dynamique des fluides géophysiques-TD du 6 novembre 2001

## 1 Coordonnées isobares.

a. Ecrire en coordonnées isobares les équations du mouvement horizontales à l'aide du géopotiel ainsi que l'expression de la géostrophie.

b. Ecrire dans ces coordonnées l'hydrostatique et l'équation de continuité.

c. Ecrire dans ces coordonnées l'équation thermodynamique sous la forme suivante:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} - S_p \omega = \frac{J}{C_p}$$

où  $\omega = \frac{Dp}{Dt}$ . Que représente  $S_p$ ?

d. Donner la relation qui lie  $w = \frac{Dz}{Dt}$  à  $\omega = \frac{Dp}{Dt}$ .

## 2 Ondes de Rossby dans le modèle à deux couches.

Dans un milieu à deux couches en négligeant toute dissipation, la conservation de la vorticité potentielle dans chaque couche  $i$  peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\frac{D_i}{Dt} \left( \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} + (-1)^i F_i (\psi_1 - \psi_2) + \beta y \right) = 0 \quad , \quad i = 1, 2,$$

où

$$F_i = \frac{f_0^2}{g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0} H_i}$$

et  $\psi_i$  est la fonction de courant de la couche  $i$ .

a. Quelle est la signification physique des  $F_i$ .

b. En supposant que l'écoulement est sous forme d'ondes de la forme suivante:

$$\psi_i = \text{Re}(A_i e^{i(kx + ly - \omega t)}),$$

calculer l'équation de dispersion (On notera  $R^{-2} = F_1 + F_2$ ). Montrer que les deux solutions de  $\omega$  associées à cette équation représentent un mode barotrope et un mode barocline. Représenter les structures spatiales associées à ces deux modes.

c. Dans le cas  $l = 0$ , tracer pour les deux modes  $\omega$  en fonction de  $k$ . Calculer les vitesses de phase et vitesses de groupe associées.

d. Application numérique. Pour  $R = 50 \text{ kms}$ , calculer la période minimale du mode barocline aux moyennes latitudes. Dans le cas d'une onde de longueur d'onde 1000 kms, calculer les vitesses de phase des deux modes.

### 3 Equation de la vorticité quasi-géostrophique.

On considère un lieu à 500-mb à une latitude de  $45^\circ N$  où la vorticité relative augmente de  $3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  toutes les 3 heures. Le vent vient du sud-ouest, sa vitesse est de  $20 \text{ m.s}^{-1}$  et la vorticité relative décroit en direction du nord-ouest à un taux de  $4 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  tous les 100 kms. Sur le plan  $\beta$ , en utilisant l'équation de la vorticité quasi-géostrophique, estimer la divergence horizontale.